



FERNANDO ÁLVAREZ

MATEMÁTICO, HA SIDO PROFESOR TITULAR DE ANÁLISIS EN LA HOY FACULTAD DE ESTUDIOS ESTADÍSTICOS. MÁS ALLÁ DE LA MATEMÁTICA MISMA, SU INTERÉS SE HA DIRIGIDO TAMBIÉN A SU GÉNESIS Y SU HISTORIA. ESTUDIOSO DEL MUNDO ANTIGUO, EN TODAS SUS FACETAS, ES MIEMBRO DE LA SOCIEDAD ESPAÑOLA DE EGIPTOLOGÍA.

ÓSCAR MARTÍN

LICENCIADO EN MATEMÁTICAS, TIENE EXPERIENCIA COMO DOCENTE EN LA UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID Y EN LA ACTUALIDAD SE DEDICA A LA INVESTIGACIÓN, CENTRADO EN LOS MÉTODOS FORMALES EN CIENCIAS DE LA COMPUTACIÓN. ES AUTOR DEL BLOG *EL TEOREMA DE CUALES*.

CRISTÓBAL PAREJA

MAESTRO, MATEMÁTICO Y DOCTOR EN INFORMÁTICA, ES CATEDRÁTICO DE ESCUELA UNIVERSITARIA EN LA FACULTAD DE ESTUDIOS ESTADÍSTICOS DE LA UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID, DE LA CUAL ES VICEDECANO DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN.

Fernando Álvarez, Óscar Martín
y Cristóbal Pareja

La lengua de las matemáticas y otros relatos exactos



COLECCIÓN REDESCUBRE



PROYECTO FINANCIADO POR EL MINISTERIO DE EDUCACIÓN, CULTURA Y DEPORTE EN EL MARCO DEL PROGRAMA CAMPUS DE EXCELENCIA INTERNACIONAL



DISEÑO DE COLECCIÓN: MIGUEL URIARTE
ILUSTRACIONES DEL CAPÍTULO 1. FIGURA 6, Y CAPÍTULO 10,
FIGURAS 1, 2, 3 Y 4, POR ENRIQUE CAGIGAL GARCÍA

© FERNANDO ÁLVAREZ, ÓSCAR MARTÍN Y CRISTÓBAL PAREJA, 2015

© LOS LIBROS DE LA CATARATA, 2015

FUENCARRAL, 70
28004 MADRID
TEL. 91 532 05 04
FAX. 91 532 43 34
WWW.CATARATA.ORG

LA LENGUA DE LAS MATEMÁTICAS Y OTROS RELATOS EXACTOS

ISBN (CATARATA): 978-84-9097-001-0

ISBN (UCM): 978-84-669-3498-5

DEPÓSITO LEGAL: M-9.507-2015

IBIC: PB

ESTE LIBRO HA SIDO EDITADO PARA SER DISTRIBUIDO. LA INTENCIÓN DE LOS EDITORES ES QUE SEA UTILIZADO LO MÁS AMPLIAMENTE POSIBLE. QUE SEAN ADQUIRIDOS ORIGINALES PARA PERMITIR LA EDICIÓN DE OTROS NUEVOS Y QUE, DE REPRODUCIR PARTES. SE HAGA CONSTAR EL TÍTULO Y LA AUTORÍA.

ÍNDICE

INTROITO 7

CAPÍTULO 1. LA LENGUA DE LAS MATEMÁTICAS 9

CAPÍTULO 2. PI ANTES DE PI 18

CAPÍTULO 3. LA VERDADERA HISTORIA DE TALES Y LA MEDICIÓN
DE LA GRAN PIRÁMIDE 25

CAPÍTULO 4. ERATÓSTENES MIDE EL TAMAÑO DE LA TIERRA 35

CAPÍTULO 5. EL RITMO Y EL NÚMERO 45

CAPÍTULO 6. ARQUÍMEDES Y EL VOLUMEN DE LA ESFERA 53

CAPÍTULO 7. AL-JUARISMI 64

CAPÍTULO 8. ARISTARCO QUIERE TOCAR LA LUNA 74

CAPÍTULO 9. EL PEQUEÑO GAUSS SUMA $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 \dots$ Y ASÍ HASTA 100 84

CAPÍTULO 10. GALILEO Y LA CAÍDA LIBRE 90

CAPÍTULO 11. CÁLCULO DE PI POR ARQUÍMEDES Y LIU HUI 101

CAPÍTULO 12. DE PITÁGORAS A BACH 114

INTROITO

Las matemáticas son como las religiones. Allí donde aparece una civilización, donde una lengua comienza a alejarse del simple gruñido, allí donde la cabaña simple y tosca se encamina a convertirse en palacio o, en peor caso, en muralla, allí aparecen los sacerdotes: unos buscan las grandes verdades a través de la revelación. Son los que se elevaron sobre el chamán, se afeitaron la cabeza y trocaron su antiguo atuendo de pieles por túnicas albas. Hay otro sacerdocio: el que lenta, pero constantemente, con esfuerzo, va atesorando, una a una, pequeñas certezas. Llega un momento en el que un grupo de ellas se puede ensamblar con un método, se crea una lógica cimentadora capaz de deducir, de asegurar, de refutar... Y ello porque esas certezas son demostrables, deducibles, refutables. Sus sacerdotes se tornan artistas, idealizan y abstraen, juegan con sus saberes, los combinan ingeniosamente y, sacándolos a la luz, los transmiten sin fuerza a sus discípulos aventajados. Son saberes útiles, al principio: primero contar, luego medir, después calcular —que no es sino conocer sin contar ni medir—. Más tarde, la utilidad deja paso también a la belleza, a la simplicidad, al arte por el arte —que puede convertirse en fiebre, en obsesión—. Los

saberes se acumulan, ya no caben en un solo libro revelado. Se necesitan muchos volúmenes, bibliotecas enteras.

Te saludamos, lector, en el pórtico de esta pequeña colección de relatos, anécdotas, jirones de historia y alguna que otra leyenda que merecería ser verdad, en caso de no serlo. Las hemos elegido sin orden ni método. Tienen finalidad y estilo divulgador. Algunas de las incluidas en este volumen son muy conocidas, lo que conlleva el mismo inconveniente que tiene el contarle a un niño un cuento infantil que él ya conoce: ante la más mínima variación de su versión del relato, el niño dice invariablemente: ... *así no es*. Hemos tenido, pues, exquisito cuidado con las fuentes, separando, cuando de historia se trata, lo que fue de lo que pudo ser. Por otra parte, es sabido que la notación simbólica actual es eso, actual. Así que cada vez que hemos debido reproducir alguna idea o razonamiento de algún matemático de la antigüedad, nos hemos permitido aligerar la notación, mas solo eso.

Es casi obligado en los prólogos decir a quién se dirige, en principio, el libro. La respuesta es aquí fácil: a todos y a ninguno. Dicho de otra manera: ¿es posible que alguien sin formación musical, y sin conocer la técnica del contrapunto, pueda deleitarse escuchando a Bach?

LOS AUTORES

En la llanura de Sinar se levantó la antigua ciudad mesopotámica de Babilonia. Allí quisieron los supervivientes del diluvio universal edificar una torre que llegara hasta el cielo. En el Génesis, que es el libro primero del Pentateuco, que es la parte primera del Antiguo Testamento, que es el volumen primero de la Biblia, pueden leerse estos versículos:

Toda la Tierra tenía una sola lengua y unas mismas palabras. Y aconteció que al salir de oriente, hallaron una llanura en la tierra de Sinar, y se establecieron allí. Y se dijeron unos a otros: "Venid [...] edifiquemos una ciudad y una torre cuya cúspide llegue al cielo. [...]".

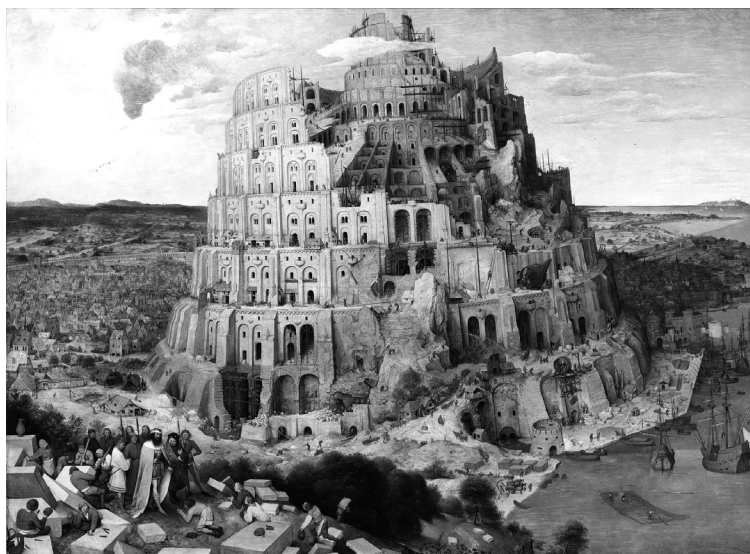
Y descendió Jehovah para ver la ciudad y la torre que edificaban los hijos de los hombres. Y dijo Jehovah: "He aquí que este pueblo está unido, y todos hablan el mismo lenguaje [...] y ahora nada les hará desistir de lo que han pensado hacer.

Ahora, pues, descendamos y confundamos allí su lengua, para que ninguno entienda el habla de su prójimo". Así [...] dejaron de edificar la ciudad, [...] porque Jehovah confundió allí el lenguaje de toda la Tierra y desde allí los dispersó sobre la faz de toda la Tierra.

Génesis, 11:1-9

FIGURA 1

'LA TORRE DE BABEL'. DE PIETER BRUEGHEL EL VIEJO, HACIA 1563



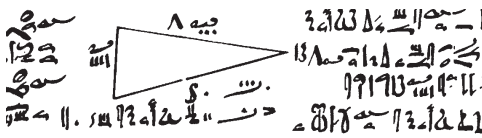
En efecto, la insolencia de nuestros antepasados recibió su castigo y, por mandato divino, la Tierra está poblada hoy por miles de pueblos con miles de lenguas.

Afirma la Biblia que el nombre de la ciudad fue Babel *porque allí confundió Jehovah el lenguaje de toda la Tierra*. Supone, pues, el hebreo escritor de ese pasaje que el nombre *Babel* tiene su origen en la hebrea *balal*, que significa "confundir" y que está relacionada con el español "balbucear". Bonita etimología que, sin embargo, es falsa: *Babel* procede del acadio *bab-ilu*, cuyo significado es "Puerta de Dios".

Emprendemos ahora un viaje por el mundo y por el tiempo para explorar someramente cómo surgió, de entre las lenguas de la Tierra, la lengua de las matemáticas. Empezamos remontándonos al Egipto del siglo XVII a.C., donde encontramos el papiro Rhind, escrito en hierático.

FIGURA 2

DETALLE DEL PAPIRO RHIND



En este críptico lenguaje, encontramos un fragmento interesante cuya traducción es la siguiente:

Ejemplo de hacer un triángulo en la tierra. “Si te dicen: un triángulo de 10 jet en su altura¹ y 4 jet en su base. ¿cuál es su área?
Toma la mitad de 4, esto es, 2, para conseguir su rectángulo. Multiplica 10 por 2; esta es el área”.

(El *jet*, Δ , es una antigua medida de longitud egipcia. Debe leerse como está escrito: con el sonido de la *j* española.)

Reconocemos, entonces, la fórmula del área del triángulo: $A = b \times h / 2$. La notación moderna no solo es más concisa y más clara: es también más general. El escriba desea enseñarnos a calcular el área de cualquier triángulo, pero solo consigue hacerlo a través de un ejemplo particular, pues carecía, entonces, de un lenguaje claro y general para resolver estos problemas.

Saltamos ahora en el espacio y en el tiempo y visitamos a Al-Juarismi en la Casa de la Sabiduría. Se trata de la primera referencia que tenemos sobre el uso sistemático de un término especial para llamar a la incógnita: *xai* o *shei* (en árabe, “la cosa” o “algo”). Así se refería a las cantidades desconocidas que deseaba calcular:

Catorce veces “la cosa”, aumentado en quince, es igual a setenta y uno.

1. La genuina traducción del término original *meryt* es “orilla”, “lado”. Con esta interpretación, habría que considerar que se trata de un triángulo rectángulo.

Al-Juarismi llamó “la cosa” a la incógnita de una ecuación, a lo ignoto. Con este sencillo término pudo hablar de cantidades que no tenía, nombrarlas como si las tuviera y formar frases con ellas. Estas frases rotundas delimitan con nitidez el valor que tiene que tener “la cosa”. Son a la vez el enunciado desnudo y el camino hacia la solución. Son las precursoras de nuestras actuales ecuaciones.

No muy lejos en el tiempo, nuestra siguiente escena tiene lugar en un escritorio del monasterio de San Martín de Albelda (en la actual La Rioja). Allí oraba y laboraba el monje Vigila, quien recibió el encargo de transcribir el *Liber iudiciorum* e iluminarlo con sus miniaturas.

FIGURA 3

CHINDASVINTO, RECESVINTO Y ÉGICA SEGÚN EL ‘CÓDICE VIGILANO’



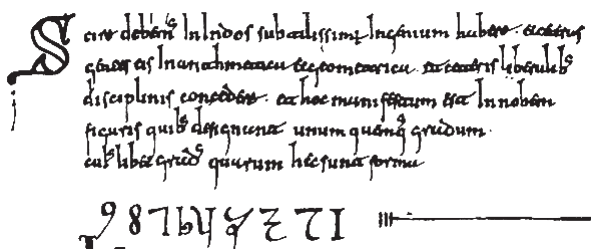
Esta encomienda lo abrumaba por su magnitud. Pero con la obediencia del voto y la paciencia del monje mozárabe, emprendió Vigila esta tarea, que realizó primorosamente entre maitines y laudes, entre vísperas y completas, y en el año 976 dio por terminado un códice singular que se conoce como *Albeldense* o *Vigilano*, y que se conserva hoy en la biblioteca del

Monasterio de El Escorial con el significativo número de 976 y está poblado por riquísimas miniaturas policromadas.

Repasamos las páginas del códice y encontramos al fin el tesoro que buscábamos: las cifras arábigas, del 1 al 9 (figura 4).

FIGURA 4

NÚMEROS ARÁBIGOS EN EL 'CÓDICE VIGILANO'



Se trata de la primera vez en la historia que tenemos constancia de estas cifras en Occidente. Hasta ese momento, los números se escribían y manejaban en notaciones distintas y bastante engorrosas. Hoy las usamos como si hubieran estado siempre ahí y gracias a ellas y al sistema de numeración posicional son tan sencillos actualmente los cálculos. Este regalo, procedente de la India y que nos llegó a través de Al-Ándalus, se difundió aquí mismo, en nuestro país, y desde aquí e Italia llegó a todos los rincones de Occidente.

La ecuación precedente puede escribirse ahora como sigue:

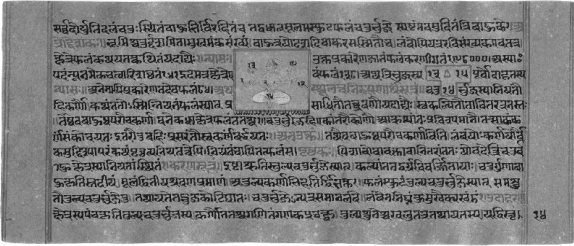
$$14 \text{ veces "la cosa", aumentado en } 15, \text{ es igual a } 71.$$

Ahora sabemos, al fin, que las matemáticas emplean un lenguaje que desprecia lo accesorio y recoge únicamente lo esencial para los cálculos. ¿Qué podría representar esta ecuación? Quizá, 14 paquetes de botones más 15 botones hacen 71 botones. Pero, también, si a 14 montones iguales de doblones de oro les añadimos 15 doblones, tenemos en total 71 doblones.

Estas y otras muchas posibilidades están encerradas en la frase *14 cosas más 15 es igual a 71*. Para muchos, esta ecuación no significa nada. Para un matemático, puede representar infinitas situaciones distintas, y, sin embargo, las expresa del mismo modo y las resuelve de idéntica manera. La tarea del matemático es la abstracción: despreciará el hecho posible de que “la cosa” sea una cantidad de doblones de oro, las abejas que pueblan un enjambre o los años de cárcel que merece un prisionero por haber sustraído un mendrugo de pan para alimentar a sus hijos hambrientos.

Nos detenemos ahora en la India del siglo XII, donde Bhaskara Acharya escribe su libro *Līlāvātī*.

FIGURA 5
FRAGMENTO DE ‘LĪLĀVATĪ’, DE BHASKARA



En él encontramos el siguiente problema, escrito en sánscrito con bellísima caligrafía. Lo traducimos sin tardanza...

Haciendo el amor, se rompió un collar.
Una hilera de perlas se perdió.
La sexta parte cayó al suelo;
una quinta parte sobre el lecho.
La joven salvó un tercio de ellas;
su amante recuperó la décima parte.
Si quedaron seis perlas en el collar,
¿cuántas tenía en total?

Pero no reparamos en el argumento narrado, ya que el matemático despoja los problemas de su ambiente, no sin esfuerzo en ocasiones, para centrarse en los cálculos implacables, fríos, eficaces, y he aquí lo que obtiene, exclusivamente:

La cosa,
 menos un sexto de la cosa,
 un quinto de la cosa,
 un tercio de la cosa
 y un décimo de la cosa,
 es seis.

Escrito con nuestra notación actual:

$$x - \left(\frac{1}{6}x + \frac{1}{5}x + \frac{1}{3}x + \frac{1}{10}x \right) = 6$$

Ya no aparecen los amantes en el lecho, ni el collar de perlas, ni el perfume ni Līlāvātī, que es el nombre de la mujer fascinante para quien fue escrito este bello enunciado.

Hasta entrado el Renacimiento europeo, las ecuaciones se escribían aún poniendo *es igual a* en vez del actual “=”. Así fue hasta que el matemático inglés Robert Recorde, en el año 1557, pensó que sería una buena idea buscar una abreviatura y *evitar la tediosa repetición de “es igual a”*. Fue el primero en usar el símbolo “=” con su significado actual de igualdad. Eligió ese símbolo porque *no puede haber dos cosas más iguales* que esas dos líneas paralelas. En realidad, Recorde lo escribía bastante más alargado. Esta es la primera ecuación que se publicó con ese símbolo:

El símbolo ☉ se utilizaba frecuentemente en aquella época para denotar una cantidad desconocida que se deseaba calcular; es el correspondiente a “la cosa” de Al-Juarismi o a nuestra x actual. El otro símbolo que aparece en la ecuación, ☿ , solo sirve para marcar cantidades constantes, como 15 y 71.

El signo “+” se había usado por primera vez en el siglo XIV. Su origen está en la palabra latina *et*, conjunción copulativa que en español traducimos por “y”. En el camino hasta nosotros se ha perdido la *e* y parte de la *t*.

Respecto a la simple y magnífica x , el símbolo de las matemáticas por excelencia, fue Descartes (siglo XVII) quien la usó primero con este fin. Hoy escribiríamos la ecuación anterior así:

$$14x + 15 = 71$$

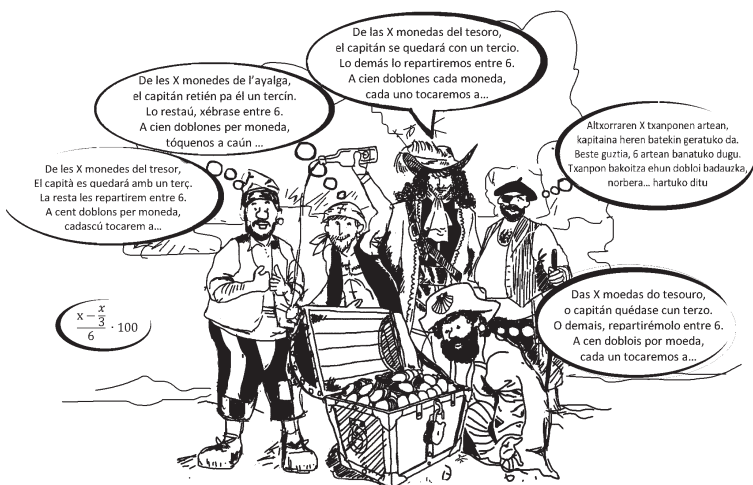
Estos símbolos se han ido haciendo populares y hoy los usamos todos de forma natural.

Una ecuación podría parecer carente de significado para muchos y, sin embargo, es en realidad un hechizo de magia, un conjuro que nos abre el camino a la solución, cuando el alquimista de las matemáticas pronuncia palabras secretas como *propiedad distributiva*, *mínimo común múltiplo*, *despejar*.

Nos conmueve y nos produce admiración el esfuerzo de nuestros antepasados al resolver sus problemas sin nuestras sencillas ecuaciones. La maldición bíblica de las lenguas perdura —aunque, en opinión de muchos, esto es riqueza— y cada cual expresa un mismo problema en su propio idioma. Y, sin embargo, una misma situación se puede plasmar afortunadamente mediante una sola ecuación, como en la figura 6.

FIGURA 6

LA LENGUA DE LAS MATEMÁTICAS ES UNIVERSAL



Es curioso saber que, actualmente, la Biblia está traducida a más de 2.000 idiomas. El lenguaje matemático, en cambio, no está traducido. No lo necesita porque es único, y los chinos, los alemanes, los lapones, los rumanos, los franceses, los indios, los masáis, los tailandeses, los rusos, los griegos, los japoneses, los bosquimanos, los árabes, los turcos, los judíos y los españoles pueden leerlo por igual. Es un idioma universal que ha escapado a la maldición divina de la torre de Babel.

Qué increíble regalo.